



4.3 Lògica

- 4.3.1.** Hi ha tres persones molt intel·ligents i els volem fer una prova per a veure quina té el raonament més ràpid. Aquesta consisteix en el següent: els diem que els posarem a cadascuna d'elles un mocador a l'esquena i que pot ser o blanc o negre. Un cop tinguin posat el mocador, tots podran veure el de les altres persones, però no el seu. Si veuen algun mocador blanc hauran d'aixecar la mà. El primer que descobreixi el color del seu mocador haurà guanyat la prova.

Col·loquem mocadors blancs a les tres persones i evidentment totes tres aixequen la mà. Veient això, una de les tres persones diu: “Ja sé de quin color és el meu mocador, és blanc”. Com ho ha deduït?

- 4.3.2.** Som en una zona del món on només hi ha dues tribus, els Francs i els Mentiders. Els de la primera tribu sempre diuen la veritat i els de la segona sempre menteixen. Som al costat d'un membre d'una de les tribus i li preguntem a un membre de l'altra (que és bastant lluny) de quina tribu és. Ell ens contesta però no el sentim bé. Aleshores li preguntem a la persona que tenim al costat: “Què ha contestat?” Aquest respon: “Diu que és un Franc.” A quina tribu pertany la persona que és a prop nostre?, i a quina la persona llunyana?
- 4.3.3.** Suposem que seguim en la mateixa zona del món que en el problema anterior i som en una cruïlla on hi ha un Franc i un Mentider. Nosaltres som incapaços de saber quin és quin. Només un dels dos camins ens porta al bosc on volem anar. Com faríeu una sola pregunta a una de les dues persones per tal de saber quin és el camí correcte?
- 4.3.4.** Encara som a la mateixa zona del món que en els dos problemes anteriors, però a més suposem que als nadius de les dues tribus no els agrada parlar gaire i només contesten amb dos monosíl·labs: “tut” i “pap”. Sabem també que un d'aquests mots significa “sí” i l'altre “no,” però no recordem quin és quin. Si ens trobem en una cruïlla amb dos camins a seguir i sabem que només un dels dos camins ens porta al mar, on volem anar, com us ho faríeu amb una sola pregunta per a saber quin dels dos camins és el que hem de prendre. Evidentment, som incapaços de distingir els nadius de les dues tribus.
- 4.3.5.** Hi ha un problema extret de la famosa obra de Miguel de Cervantes *Don Quijote de la Mancha*, i que li posen a Sancho Panza. És el següent, copiat literalment:

Con esta sofistería padecía hambre Sancho, y tal, que en su secreto maldecía el gobierno y aun a quien se le había dado; pero con su hambre y con su conseva se puso a juzgar aquel día, y lo primero que se le ofreció fue una pregunta¹ que un forastero le hizo, estando presentes a todo el mayordomo y los demás acólitos, que fue:

—Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban² la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: “Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar; y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna.” Sabida esta ley y la rigurosa condición della,

¹Un problema, enigma.

²Aplicaban.

pasaban muchos, y luego en lo que juraban se echaba de ver que decían verdad, y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para³ el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento, y dijeron: “Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre.” Pídesse a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces de tal hombre; que aun hasta agora están dudosos y suspensos. Y habiendo tenido noticia del agudo y elevado entendimiento de vuestra merced, me enviaron a mí a que suplicase a vuestra merced de su parte diese su parecer en tan intrincado y dudoso caso.

A lo que respondió Sancho:

—Por cierto que esos señores jueces que a mí os envían lo pudieran haber escusado, porque yo soy un hombre que tengo más de mostrenco que de agudo; pero, con todo eso, repetidme otra vez el negocio de modo que yo le entienda: quizá podría ser que diese en el hito.

Volvió otra vez y otra vez el preguntante a referir lo que primero había dicho, y Sancho dijo:

—A mi parecer, este negocio en dos paletas le declararé yo, y es así: el tal hombre jura que va a morir en la horca, y si muere en ella, juró verdad, y por la ley puesta merece ser libre y que pase la puente; y si no le ahorcan, juró mentira, y por la misma ley merece que le ahorquen.

—Así es como el señor gobernador dice —dijo el mensajero—; y cuanto a la entereza y entendimiento del caso, no hay más que pedir ni que dudar.

Quina resposta creieu que Sancho Panza va donar. A les solucions trobareu la continuació d'aquest text.

4.3.6. Quan es fan enunciats sobre si certes frases són certes o falses, s'arriba a situacions sorprenents. Considerem els exemples següents:

- Un català diu: “Tots els catalans són mentiders.” Què pots dir sobre els catalans?
- Frase A: La frase B és falsa.
Frase B: La frase A és certa.
- Plató diu: “La pròxima frase de Sòcrates serà falsa.” Sòcrates diu: “Plató ha dit la veritat.”

4.3.7. Li fem un regal a un amic, i per fer-ho a una mica més divertit li diem que l'hem posat dins d'una capsa d'entre cinc, que estan numerades de l'1 al 5. A més, li assegurem que si obre les capsas per ordre numèric, l'hem posat en una capsa de manera que mai no es pugui esperar quina és la que conté el regal.

Aleshores ell raona de la manera següent: “El regal no pot estar a la cinquena capsa ja que, un cop obertes les quatre primeres, ja no seria una sorpresa per a mi trobar-lo a l'última. De la mateixa manera puc descartar la quarta, després la tercera, la segona i la primera. Per tant, totes les capsas seran buides i no tinc cap regal.”

4.3.8. La predicció del futur també porta problemes lògics. Suposem que algú ens diu que pot predir el futur. Nosaltres li diem: “Hem escrit en un paper una cosa que pot passar o

³Por.

no abans de demà; si creus que passarà, escriu SÍ en un paper, i si creus que no passarà, escriu NO”.

Nosaltres hem escrit al paper: “Abans de demà hauràs escrit NO en un paper”.

Ha pogut endevinar si el que hem escrit passarà?

- 4.3.9.** Diu la llegenda que en un petit regne medieval dos savis estrangers varen ser agafats i conduïts a la torre més alta del regne. La torre tenia dues cel·les amb una finestra cada una. Si es mirava per les dues finestres, es veien tots els pobles del regne, però no hi havia cap poble que es veiés des de les dues finestres. Es va tancar a un savi a cada cel·la de la torre amb les instruccions següents: “Heu d’endevinar, sense parlar entre vosaltres, quants pobles hi ha al regne. Cada matí vindrem a preguntar-vos si ja ho heu descobert. Si un de vosaltres encerta el nombre de pobles, us deixarem ambdós lliures. Si s’equivoca, us conduïrem immediatament al soterrani de la torre, on passareu la resta dels vostres dies. Només us donarem una pista: al regne hi ha tres o quatre pobles.” Segons diu la història, un dels dos savis va parlar correctament el tercer matí.

Quants pobles hi havia i quants en veia el savi que va parlar?

4.3.1 Explicacions

1. La persona ha raonat així: “Si jo hagués tingut un mocador negre a l’esquena, qualsevol de les altres dues persones (recordem que també són molt intel·ligents) hauria raonat de la manera següent: “veig un mocador blanc i un mocador negre; si jo tingués un mocador negre a l’esquena, la persona que té el mocador blanc veuria dos mocadors negres i no hauria aixecat la mà; com que ha aixecat la mà, vol dir que el meu mocador és blanc.” Com que cap de les dues persones no ha dit res, això vol dir que el meu mocador és blanc.”

Un problema molt similar es té quan, en lloc de dir a les persones que han d’aixecar la mà si veuen algun mocador blanc, se’ls diu que només hi ha tres mocadors blancs i dos de negres.

2. Observeu que, independentment de la tribu a què pertany la persona llunyana, la resposta sempre serà: “Sóc Franc”; si ho és, perquè és cert, i si no ho és, perquè és mentida. Per tant, com la persona que és a prop nostre ha dit: “Diu que és Franc”, això vol dir que la persona propera diu la veritat i és Franc, i que la persona llunyana és Mentider.
3. La pregunta que li podem fer a qualsevol dels dos és: “Si li preguntés a l’altra persona si aquest —assenyalant un dels dos camins— és el camí del bosc, què em diria?”

Observem que si el camí és el correcte, les dues persones ens contestarien que NO; el Franc perquè ens diria el que realment contestaria el Mentider, i el Mentider perquè canviaria la resposta del Franc. De la mateixa manera podem raonar que si el camí no fos el correcte, els dos ens contestarien que l’altre diria que SÍ que ho és. Per tant, hem de fer el contrari del que ens contestin.

4. La pregunta que cal fer és molt enrevessada, i és la següent: “Si jo et preguntés si aquest és el camí del mar, em contestaries que «tut»?”

Veiem les possibles respostes en funció de si la persona és Franc o Mentider i del significat de “tut” i “pap”:

CAMÍ	NADIU	SIGNIFICAT “TUT” / “PAP”	RESPOSTA
Correcte	Franc	Sí/No	Tut
Correcte	Franc	No/Sí	Tut
Correcte	Mentider	Sí/No	Tut
Correcte	Mentider	No/Sí	Tut
Incorrecte	Franc	Sí/No	Pap
Incorrecte	Franc	No/Sí	Pap
Incorrecte	Mentider	Sí/No	Pap
Incorrecte	Mentider	No/Sí	Pap

Per tant, independentment de si la persona és Franc o Mentider i del significat de “tut” i “pap”, la resposta és “tut” si el camí és el correcte i “pap” si el camí és l’incorrecte.

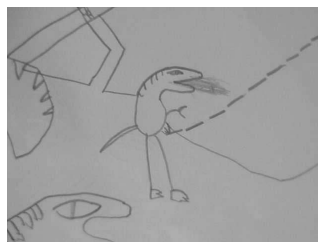
5. La continuació del text del *Quixot* és:

– Digo yo, pues, agora —replicó Sancho— que deste hombre aquella parte que juró verdad la dejen pasar, y la que dijo mentira la ahorquen, y desta manera se cumplirá al pie de la letra la condición del pasaje.

–Pues, señor gobernador —replicó el preguntador—, será necesario que el tal hombre se divida en dos partes, en mentirosa y verdadera; y si se divide, por fuerza ha de morir, y así no se consigue cosa alguna de lo que la ley pide, y es de necesidad espresa que se cumpla con ella.

–Venid acá, señor buen hombre —respondió Sancho—; este pasajero que decís, o yo soy un porro, o él tiene la misma razón para morir que para vivir y pasar la puente; porque si la verdad le salva, la mentira le condena igualmente; y siendo esto así, como lo es, soy de parecer que digáis a esos señores que a mí os enviaron que, pues están en un fil⁴ las razones de condenarle o asolverle, que le dejen pasar libremente, pues siempre es alabado más el hacer bien que mal, y esto lo diera firmado de mi nombre si supiera firmar, y yo en este caso no he hablado de mío, sino que se me vino a la memoria un precepto, entre otros muchos que me dio mi amo don Quijote la noche antes que viniese a ser gobernador desta ínsula: que fue que cuando la justicia estuviese en duda, me decantase y acogiese a la misericordia; y ha querido Dios que agora se me acordase, por venir en este caso como de molde.

Hi ha molts altres problemes que presenten essencialment la mateixa situació, per exemple el següent: Un dinosaure pren el nen a una mare i li pregunta: “Em menjaré el teu fill? Si respon correctament, te’l tornaré sa i estalvi; si no, me’l menjaré”. La mare li respon: “Et menjaràs el meu fill”.



6. Ens limitarem a posar un altre exemple. Prepareu una targeta i en una cara escriviu-hi

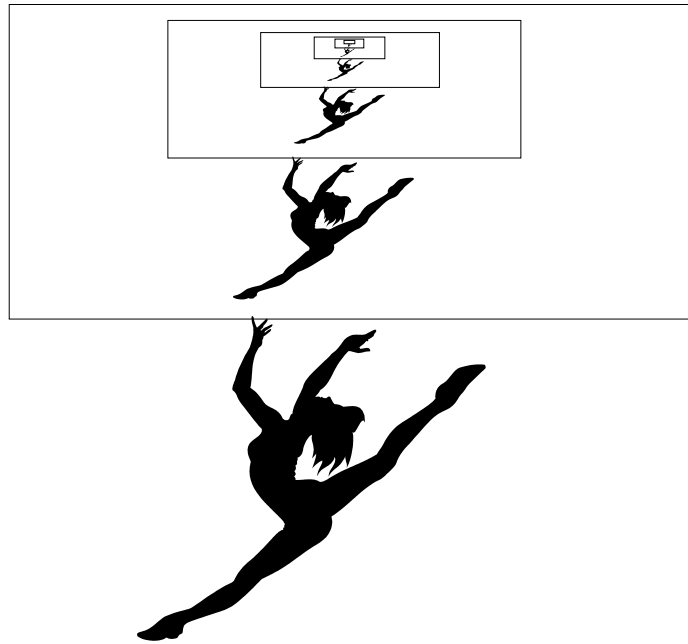
LA FRASE ESCRITA A L’ALTRA CARA D’AQUESTA TARGETA ÉS CERTA

⁴En el fiel de la balanza.

a l'altra cara escriviu:

LA FRASE ESCRITA A L'ALTRA CARA D'AQUESTA TARGETA ÉS FALSA

Quin embolic!



Recurrència gràfica infinita.

7. El regal és en una qualsevol de les capsas, i tal com havíem predit ell no esperava que fos en aquella capsa.

En certa manera, el raonament del nostre amic ha fallat.

8. No; si ha escrit SÍ clarament, no ho ha endevinat; si ha escrit NO, vol dir que creia que no passaria el que està escrit, i realment ha passat.

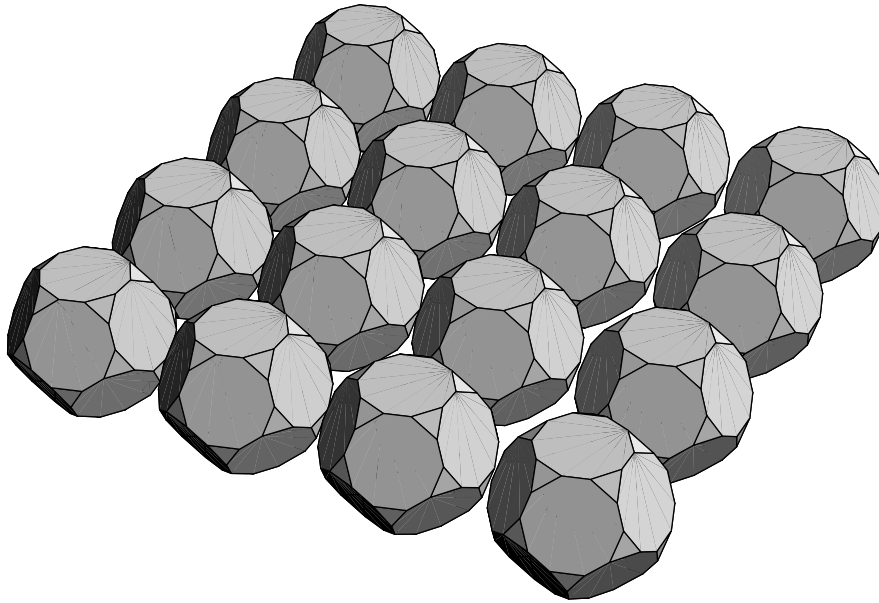
9. Abans de mirar per la finestra, els dos savis es posen a pensar en totes les combinacions possibles:

- Si un dels dos savis veu 4 pobles el primer matí, parlarà i encertarà segur.
- Si l'un en veu 3 i l'altre 0, el que en veu 0 pensarà que l'altre en pot veure 3 o 4. Però, si en veués 4 ja hauria parlat el primer matí; per tant, si no ha parlat és perquè en veu 3. Així, el segon matí, el savi que veu 0 pobles encertarà el nombre de pobles.
- Si l'un en veu 3 i l'altre 1, el savi que en veu 3 pensarà que l'altre savi en veu 0 o 1. Si en veu 0, per al cas anterior, parlarà el segon matí; si no ho fa és perquè en veu 1. Així, el tercer matí el savi que en veu 3 encertarà el nombre de pobles.

- Si un savi veu 2 pobles i l'altre 1, el savi que en veu 1 s'esperarà al tercer matí. Si el tercer matí l'altre savi no ha parlat és perquè no són pas al cas anterior i, per tant, no en veu 3, sinó 2. Així, el savi que veu 1 poble encerta el nombre de pobles el quart matí.
- Si els dos savis veuen 2 pobles, s'esperaran que arribi el quart matí per a descartar el cas anterior. Com que cap dels dos parla el quart matí, el cinquè matí els dos alhora encertaran el nombre de pobles.

Per tant, si se sap que el tercer matí un savi va encertat el nombre de pobles, és que n'hi havia 4 i que el savi que va parlar és el que en veia 3.

Us salvaríeu vosaltres si us plantegeassin el mateix problema però en comptes d'haver-hi tres o quatre pobles, n'hi hagués vint-i-tres o vint-i-quatre?



16 dodecàedres truncats.